

## **XII CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DO IFSP ITAPETININGA**

Itapetininga, 19, 20 e 21 de maio de 2026

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

*Campus Itapetininga*

### **CINEMÁTICA RELATIVÍSTICA NO ENSINO MÉDIO COM RÉGUA E ESQUADRO: USANDO UM DIAGRAMA DE MINKOWSKI ADAPTADO**

Rômulo Paiva de Medeiros – PACTEC/ PIBIFSP - IFSP<sup>1</sup>

Prof. Dr. Ricardo Rechi Aguiar - IFSP<sup>2</sup>

#### **Introdução**

A Física Moderna e Contemporânea (FMC) é fundamental para a compreensão da ciência atual e de seus impactos na sociedade. Entretanto, ainda ocupa espaço reduzido no currículo do Ensino Médio brasileiro, evidenciando um descompasso entre os avanços científicos e o ensino escolar (Zanetic, 2006; Ostermann; Moreira, 2000; Terrazzan, 1992). Essa lacuna que compromete a formação crítica dos estudantes, embora seja reconhecida há décadas, ainda enfrenta desafios relacionados à formação docente, à limitação do tempo curricular e à escassez de materiais didáticos adequados (Martins et al., 2017; Sampaio et al., 2019). No âmbito da produção acadêmica para o Ensino de FMC, observa-se a predominância de trabalhos voltados à Teoria da Relatividade Restrita, indicando o reconhecimento de sua relevância para a área (Januário; Massoni, 2023), entretanto, ainda são pouco exploradas estratégias didáticas que utilizem representações gráficas estruturantes, como o Diagrama de Minkowski (ou Diagramas de Espaço-tempo). Inspirados em trabalhos como Takeuchi (2010), Rodrigues (2021), Gonçalves (2023) e Soeiro (2025), que evidenciam o potencial desse recurso para a compreensão de fenômenos relativísticos, apresentamos uma versão adaptada de um Diagrama de Minkowski, para aulas de Física no Ensino Médio, o qual permite a utilização de apenas régua e esquadro para resolver problemas de Cinemática Relativística, buscando, dessa forma, contribuir para a ampliação e qualificação da inserção desse tema na Educação Básica.

#### **Objetivo**

Investigar o potencial didático de um Diagrama de Minkowski Adaptado no ensino de Cinemática Relativística no Ensino Médio, dentro do arcabouço da Teoria da Relatividade Restrita.

#### **Metodologia**

Foram analisados trabalhos que abordam o ensino da Relatividade Restrita a partir de perspectivas geométricas e representacionais (Takeuchi, 2010; Rodrigues, 2021; Gonçalves, 2023; Soeiro, 2025) e a formulação da geometria do espaço-tempo de Minkowski (2014), os quais subsidiaram a elaboração de uma proposta didática fundamentada no uso de um Diagrama de Minkowski Adaptado (Figura 1). A partir desses

---

<sup>1</sup>Estudante do curso de Licenciatura em Física, Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP - Campus São Paulo – São Paulo/SP. E-mail: romulopaiva06@gmail.com

<sup>2</sup>Doutor em Ensino de Física. Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de São Paulo - IFSP – Campus São Paulo - São Paulo/SP. E-mail: rechi@ifsp.edu.br.

## XII CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DO IFSP ITAPETININGA

Itapetininga, 19, 20 e 21 de maio de 2026

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

Câmpus Itapetininga

referenciais, estruturou-se uma abordagem centrada na análise geométrica dos efeitos da Cinemática Relativística, priorizando a construção conceitual por meio de representações gráficas, sem recorrer ao formalismo algébrico tradicional. A segunda parte do trabalho foi a elaboração de uma Diagrama de Minkowski Adaptado que contemplou: (i) a inserção de hipérbolas associadas à geometria do espaço-tempo de Minkowski, evidenciando a invariância do intervalo espaçotemporal, e permitindo a construção das escalas numéricas dos referenciais em movimento; (ii) a inclusão de escalas numéricas no referencial “em repouso”, com a finalidade de acelerar e facilitar a leitura e a representação de eventos; (iii) o uso de indicadores de velocidade, com base em Rodrigues (2021), permitindo a construção e a comparação de referenciais em movimento; e (iv) a marcação da linha de mundo de um fóton a partir da origem, auxiliando na visualização da constância da velocidade da luz, associada às inclinações de  $45^\circ$  no diagrama (Figura 1)<sup>3</sup>. A estratégia central da proposta fundamentou-se na utilização de instrumentos de medida simples, como régua e esquadro, para a determinação gráfica de eventos e a realização de medições diretamente no Diagrama de Minkowski, possibilitando a comparação de intervalos de tempo e distâncias/tamanhos entre diferentes referenciais. Tal procedimento favorece uma abordagem visual da Relatividade Restrita, na qual resultados de problemas da Cinemática Relativística podem ser obtidos e interpretados a partir da própria estrutura geométrica do diagrama. Dessa forma, fenômenos como Relatividade da Simultaneidade, Dilatação Temporal e Contração Espacial tornam-se acessíveis por meio de construções geométricas, sendo compreendidos como consequências diretas da geometria do Diagrama de Minkowski, e não apenas como resultados de expressões algébricas. A terceira parte do trabalho foi, portanto, a resolução de problemas tradicionais da Cinemática Relativística, utilizando apenas o Diagrama de Minkowski Adaptado, régua e esquadro.

### Resultados

Apresentamos, neste trabalho, a resolução de um problema tradicional da Cinemática Relativística, a Relatividade da Simultaneidade, utilizando tanto o método algébrico, quanto utilizando o Diagrama de Minkowski Adaptado, comparando seus resultados.

**Problema de Relatividade da Simultaneidade:** Dois pulsos de luz são emitidos simultaneamente no instante  $t=16$  s, nas posições  $x_1=12$  m e  $x_2=17$  m, segundo o referencial de um observador em repouso na Terra. Um segundo observador encontra-se em uma espaçonave que se move com velocidade constante de  $0,6c$  em relação à Terra. Determine se esses dois eventos permanecem simultâneos no referencial da espaçonave.

**Resolução Algébrica:** 1º Passo: Dados do problema para o Referencial da Terra. Podemos considerar como eventos deste problema a emissão de cada um dos pulsos de luz, os quais nomeamos como A e B. As coordenadas  $(x ; t)$  de cada um destes eventos para o referencial da Terra são: A(12 ; 16) e B(17 ; 16). Ou seja, no referencial da Terra,  $\Delta t=0$ . 2º Passo: Usando a Transformação de Lorentz para medir o intervalo de tempo

---

<sup>3</sup> O Diagrama de Minkowski Adaptado apresentado neste trabalho, com as hipérbolas (associadas à geometria de Minkowski), as escalas numéricas do referencial “em repouso” e os indicadores de velocidade para a construção dos referenciais em movimento relativo e a marcação da linha de mundo de um fóton, a partir da origem do referencial em repouso, pode ser obtido através do link a seguir: <https://drive.google.com/file/d/1zIufYs5IVI4AZI59YrMSvnu3-PLVgY-c/view?usp=sharing>

## XII CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DO IFSP ITAPETININGA

Itapetininga, 19, 20 e 21 de maio de 2026

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

Câmpus Itapetininga

observado na nave. Para medir o intervalo de tempo observado em outro referencial, usamos a Equação 1, derivada das Transformações de Lorentz (Tipler; Llewellyn, 2001), na qual  $\Delta t'$  é o intervalo de tempo observado na nave e  $\Delta t$  intervalo de tempo medido na Terra:

$$\Delta t' = \gamma(\Delta t - \frac{v\Delta x}{c^2}) \quad (\text{Equação 1})$$

A Equação 2 define o valor do fator gama ( $\gamma$ ) para a velocidade ( $v = 0,6c$ ) do problema:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,6c)^2}{c^2}}} = 1,25 \quad (\text{Equação 2})$$

Como  $\Delta t=0$  (tempo entre os eventos medido na Terra), temos como resultado da Equação 1, o valor abaixo (Equação 3):

$$\Delta t' = -1,25\left(\frac{0,6c(17-12)}{c^2}\right) = -\frac{3,75}{3 \times 10^8} s \quad (\text{Equação 3})$$

3º Passo: Interpretação do resultado. Como  $\Delta t' \neq 0$ , conclui-se que os eventos não são simultâneos no referencial da nave. Além disso, o sinal negativo de  $\Delta t'$  indica a ordem temporal desses eventos nesse referencial: o evento localizado em  $x=17m$  ocorre antes do evento em  $x=12m$ , para um observador que se desloca com velocidade de  $0,6c$  em relação à Terra.

**Resolução usando o Diagrama de Minkowski Adaptado:** Taylor e Wheeler (1992) discutem a possibilidade e grande utilidade de se utilizar o metro como unidade de medida para o tempo, principalmente em problemas que envolvem a Relatividade. Nesta abordagem, considera-se a velocidade da luz, ( $c = 3 \times 10^8$  m/s), como fator de conversão, resultando em um tempo medido em metros, permitindo aquilo que chamamos de homogeneização das unidades de medida. Tal transformação é muito utilizada no Diagrama de Minkowski, no qual o eixo dos tempos é chamado de  $ct$  (Figura 1). Se multiplicarmos os dois lados da igualdade na Equação 3 por  $c$ , obteremos como resultado a homogeneização das unidades e a medida deste intervalo de tempo será dada em metros (Equação 4):

$$c \cdot \Delta t' = -3,75m \quad (\text{Equação 4})$$

1º Passo: Inserção dos eventos A e B no Diagrama, a partir do referencial da Terra. Com base no referencial da Terra, desenhado em preto na Figura 1, inserimos os eventos A e B, com as coordenadas já definidas anteriormente: A(12 ; 16) e B(17 ; 16). A linha vermelha na Figura 1, paralela ao eixo  $x$  e que pode ser traçada utilizando uma régua e um esquadro, destaca a simultaneidade dos eventos A e B neste referencial, ambos ocorrendo no instante  $ct = 16m$ . 2º Passo: Construção do referencial da nave que se move a  $0,6c$ . A construção do referencial da nave no Diagrama de Minkowski Adaptado é realizada a partir dos indicadores de velocidade (localizados nas laterais superior e direita). Para construir o eixo  $ct'$  (referente ao tempo no referencial em movimento ou à linha de mundo da nave) traça-se, com a régua, uma reta desde a origem do diagrama até a marcação superior  $0,6c$ . O eixo  $x'$  é então obtido de forma simétrica, traça-se, com a régua, uma reta desde a origem do diagrama até a marcação  $0,6c$  à direita. As escalas desses eixos não são arbitrárias, sendo determinadas pelas hipérbolas do diagrama: a partir de um ponto conhecido no eixo  $ct$  (ou no eixo  $x$ ), acompanha-se a hipérbole correspondente até sua interseção com os eixos  $ct'$  e  $x'$ , estabelecendo, assim, as respectivas marcações (Identificadas em azul na Figura 1).

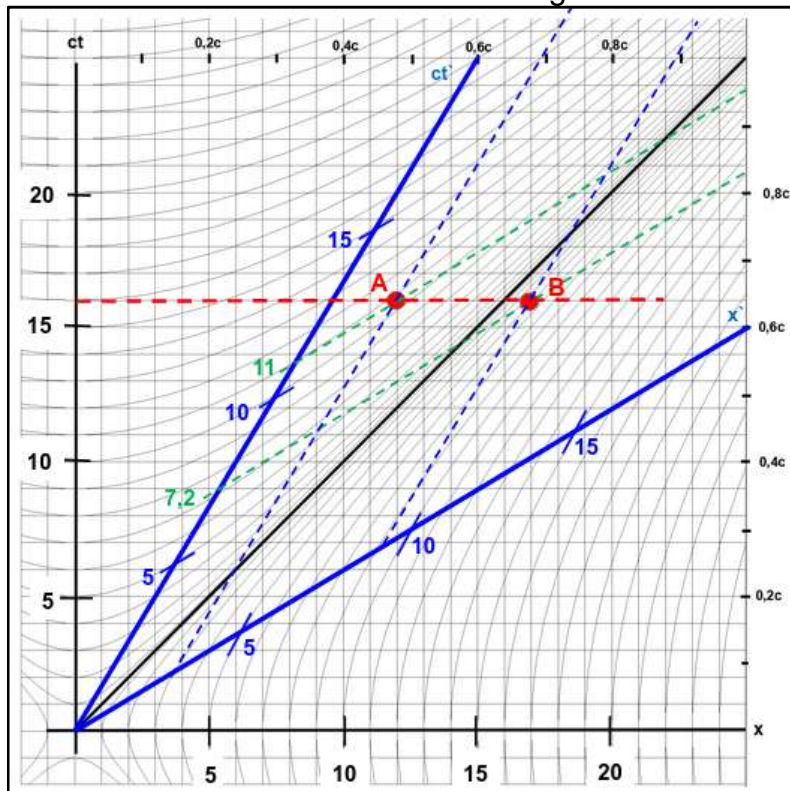
## XII CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DO IFSP ITAPETININGA

Itapetininga, 19, 20 e 21 de maio de 2026

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

Câmpus Itapetininga

**Figura 1** — Relatividade da Simultaneidade no Diagrama de Minkowski Adaptado



Fonte: Elaborado pelos autores. Representação de dois eventos A e B, que são simultâneos no referencial em repouso da Terra (em preto), como demonstrado pela linha pontilhada em vermelho (ambos ocorrem no mesmo instante do eixo  $ct$ , neste referencial). No referencial da espaçonave (em azul), em movimento relativo com velocidade  $0,6c$ , estes mesmos eventos deixam de ser simultâneos, como demonstrado pelas linhas pontilhadas em verde ocorrendo em instantes distintos no eixo  $ct'$  deste referencial. As pontilhadas em azul são referentes às marcações no eixo  $x'$ , do referencial em movimento e não são necessárias para a resolução deste problema. Toda a construção para obtenção destes resultados pode ser realizada com apenas uma régua e um esquadro.

**3º Passo: Projetar os Eventos A e B no referencial da Nave.** Com o auxílio de régua e esquadro, realiza-se a projeção dos eventos A e B no Diagrama de Minkowski Adaptado para analisar a simultaneidade no referencial da nave. Para isso, posiciona-se o esquadro de modo que sua borda permaneça paralela ao eixo  $x'$ , deslizando-o até interceptar os eventos considerados. Em seguida, traçam-se retas paralelas a esse eixo até o encontro com o eixo  $ct'$ , cujas interseções indicam os instantes de ocorrência dos eventos nesse referencial. Repete-se o mesmo procedimento para o eixo  $x'$ , desta vez com retas paralelas ao eixo  $ct'$ . A partir desse procedimento, obtêm-se as coordenadas dos dois eventos: A(3 ; 11) e B(9,2 ; 7,2). Isto permite verificar que os eventos não são simultâneos no referencial da nave. **4º Passo: Comparar os valores de  $ct'$  obtidos para cada Evento.** A análise das projeções dos eventos no eixo  $ct'$  permite verificar que eles ocorrem em instantes distintos no referencial da nave: o evento A em  $ct'=11m$  e o evento B em  $ct'=7,2m$ , resultando em um intervalo temporal diferente de zero ( $c\Delta t' = t_B - t_A = -3,8 m$ ). Conclui-se, portanto, que os eventos não são simultâneos nesse referencial, sendo que o evento B ocorre antes do evento A, em concordância com os resultados obtidos na resolução algébrica (Equações 3

## **XII CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DO IFSP ITAPETININGA**

Itapetininga, 19, 20 e 21 de maio de 2026

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

*Campus Itapetininga*

e 4). Comparando este resultado com o valor obtido na Equação 4 podemos perceber que eles são equivalentes (apresentando apenas uma pequena diferença, neste caso de apenas 1,3%). Ou seja, não há uma perda significativa de precisão entre o método algébrico tradicional e o proposto acima para a resolução de um problema de Relatividade da Simultaneidade. Destaca-se que essa análise foi realizada exclusivamente por meio de uma construção geométrica no Diagrama de Minkowski Adaptado. Com o auxílio de uma régua e um esquadro, foi possível projetar os eventos sobre o eixo  $ct'$ , correspondente ao referencial da nave, em movimento relativo de  $0,6c$  em relação à Terra e calcular a diferença temporal correspondente entre tais referenciais.

### **Conclusão**

Como demonstrado acima, a Relatividade da Simultaneidade pode ser determinada de forma geométrica, sem a necessidade do uso das equações das Transformações de Lorentz, evidenciando o potencial do Diagrama de Minkowski Adaptado como ferramenta para o estudo da Cinemática Relativística. Resultados obtidos numa primeira aplicação de teste deste diagrama com estudantes de Ensino Médio foram inspiradores e apontaram possibilidades de melhorias tanto estruturais quanto didáticas. Entendemos como um próximo passo deste trabalho, uma aplicação do Diagrama de Minkowski Adaptado a estudantes de Ensino Médio, com coleta e análise de resultados de aprendizagem.

### **Referências**

- GONÇALVES, André do Nascimento. **Uma Proposta De Ensino De Relatividade Especial Para O Ensino Médio: O Paradoxo Dos Gêmeos A Partir De Uma Análise Matemática Com O Diagrama De Minkowski**. Trabalho de Conclusão de Curso. Licenciatura em Física. IFSP - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo - campus São Paulo. São Paulo: 2023.
- JANUÁRIO, Maria Derlandia de Araújo; MASSONI, Neusa Teresinha. Estratégias Para O Ensino Da Teoria Da Relatividade No Ensino Médio: Uma Análise Da Produção Acadêmica. **Experiências em Ensino de Ciências** V.18, N.3, 2023
- MARTINS, C. O.; ZARA, R. A.; HEIMFARTH, T.; PARISOTO, M. F.; LEONEL, A. A. Um Estudo Sobre O Ensino De Relatividade Especial No Ensino Médio. **XI Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências – XI ENPEC**. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC – 2017.
- MINKOWSKI, Herman. Tempo e Espaço. Em: **Textos Fundamentais da Física Moderna: O princípio da relatividade**. 6a Ed. Fundação Calouste Gulbenkian. Lisboa: 2014.
- OSTERMANN, Fernanda; MOREIRA, Marco A. Uma revisão bibliográfica sobre a área de pesquisa “Física Moderna e Contemporânea no Ensino Médio”. **Investigações em Ensino de Ciências**, v.5(1), p. 23-48, 2000.
- RODRIGUES, Marina. C. **Diferenciando os efeitos físicos e visuais na geometrização da Teoria da Relatividade Especial: Uso do diagrama de Minkowski no ensino superior**. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Federal de São Paulo. Diadema: 2021.
- SAMPAIO, W. S.; OLIVEIRA, A. N.; SIQUEIRA, M.C.A. As Teorias Da Relatividade No Ensino Básico: Uma Revisão De Literatura Para Traçar O Perfil Dos Trabalhos Publicados No Brasil Entre 2000 E 2018. **Conexões Ciência e Tecnologia**. Fortaleza/CE, v.13, n. 4, p. 45 - 53, dez. 2019.

## XII CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DO IFSP ITAPETININGA

Itapetininga, 19, 20 e 21 de maio de 2026

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo

*Campus Itapetininga*

- SOEIRO, José Roberto Gomes. **Uma unidade de ensino potencialmente significativa sobre cinemática relativística com base no diagrama espaço-tempo de Minkowski**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória: 2025.
- TAKEUCHI, Tatsu. **An Illustrated Guide to Relativity**. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. 266p.
- TAYLOR, E. F.; WHEELER, J. A. **Spacetime physics: introduction to special relativity**. 2. ed. New York: W.H. Freeman, 1992.
- TERRAZZAN, E. A. A inserção da física moderna e contemporânea no ensino de Física na escola de 2º grau. **Caderno Brasileiro De Ensino De Física**, 9(3), 209–214. 1992
- TIPLER, Paul Allen; LLEWELLYN, Ralph A. **Física moderna**. Rio de Janeiro: LTC, 2001. 3a. Ed., 515 p.
- ZANETIC, João. Física e Arte: uma ponte entre duas culturas. **Pro-Posições**, v. 17, n. 1 (49), p.39-57, jan-abr. 2006.