

## **VI CONGRESSO PAULISTA DE ENSINO DE CIÊNCIAS**

Itapetininga, 19 de novembro de 2025

# **ADICIÓN DE VELOCIDADES GALILEANA: UN ANÁLISIS BASADO EN LA TEORÍA DE LOS CAMPOS CONCEPTUALES**

Richard González<sup>1</sup>

María Rita Otero<sup>2</sup>

Marcelo Arlego<sup>3</sup>

### **Introducción**

La relatividad de Galileo es central en la cinemática, sin embargo, su enseñanza permanece relegada de la escuela secundaria. Numerosas investigaciones han evidenciado que los estudiantes tienen una concepción pre-galileana del movimiento, al que consideran absoluto (Alstein et al., 2021). Estas ideas persisten durante la enseñanza escolar de la cinemática clásica, y cuando se intenta enseñar la cinemática relativista, se pretende que los estudiantes tomen conciencia de la ruptura conceptual entre la física newtoniana y la moderna (Villani & Arruda, 1998). Pero ¿cómo podrán hacerlo sin la génesis previa de los conceptos clásicos relevantes?

Este trabajo integra un proyecto de investigación cuyo objetivo a largo plazo es desarrollar una didáctica de la relatividad especial y estudiar su conceptualización mediante la Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud (1990, 2013). Desde hace años desarrollamos, implementamos y testamos en más de diez cursos, una secuencia didáctica, en la escuela secundaria en Argentina, Colombia y Uruguay (Arlego & Otero, 2017; González et al., 2022, 2024, 2025; Muñoz, 2020; Otero & Arlego, 2016, 2018; Otero et al., 2015, 2016; Prodanoff, 2015). Aquí nos preguntamos ¿cuáles son los invariantes operatorios que emergen de una situación diseñada para conceptualizar la adición de velocidades galileana en el marco de la secuencia mencionada?

### **Marco teórico**

La Teoría de los Campos Conceptuales (TCC) (Vergnaud, 1990, 2013) es una teoría cognitiva pragmática del desarrollo y de la conceptualización de lo real en la acción. Para Vergnaud (1990, 2013) el conocimiento es adaptación entre los esquemas y la situación, es decir, son los esquemas del sujeto los que se adaptan a las diversas situaciones de “lo real”. Un esquema es la organización invariante de la actividad para una cierta clase de situaciones. Además, los esquemas contienen necesariamente cuatro componentes que funcionan de manera integrada e interdependiente: (1) las metas, submetas y anticipaciones; (2) las reglas de acción, de toma de información y de control; (3) invariantes operatorios (IO); y (4) inferencias. Los IO, formados por conceptos y teoremas

---

<sup>1</sup> Profesor. CFE - ANII (Uruguay) - NIECyT (Argentina). <https://orcid.org/0000-0001-5734-3950>  
[rgonzalez@niecyl.exa.unicen.edu.ar](mailto:rgonzalez@niecyl.exa.unicen.edu.ar)

<sup>2</sup> PhD. NIECyT (Argentina) – CONICET (Argentina), <https://orcid.org/0000-0002-1682-9142>.  
[rotero@exa.unicen.edu.ar](mailto:rotero@exa.unicen.edu.ar)

<sup>3</sup> PhD. NIECyT (Argentina) – CONICET (Argentina). <https://orcid.org/0000-0001-9595-826X>.  
[marlego@exa.unicen.edu.ar](mailto:marlego@exa.unicen.edu.ar)

## VI CONGRESSO PAULISTA DE ENSINO DE CIÊNCIAS

Itapetininga, 19 de novembro de 2025

en acto, permiten reconocer objetos, relaciones y transformaciones, seleccionando la información pertinente y orientando la actividad en situación. Su identificación es clave para acceder a la totalidad del esquema.

Hemos diseñado una secuencia completa de situaciones para la enseñanza y aprendizaje de la Teoría Especial de la Relatividad (TER) en la escuela secundaria. Allí proponemos ingresar a la TER mediante la “pérdida” de la simultaneidad lo que exige antes tomar conciencia de la simultaneidad clásica (Arlego & Otero, 2017; Muñoz, 2020; Otero & Arlego, 2016, 2018; Otero et al., 2015, 2016; Prodanoff, 2015). En la primera etapa, *relatividad clásica*, se aborda el primer postulado de la relatividad, sistemas de referencia, observador y adición de velocidades galileana, que es necesaria para las situaciones sobre la simultaneidad (Otero & Arlego, 2018). La segunda etapa, *cinemática relativista*, introduce la pérdida de simultaneidad, la dilatación del tiempo y la contracción de longitudes, e incorpora la adición de velocidades relativista necesaria para la dinámica (González et al., 2022, 2024). La última etapa, *dinámica relativista*, aborda las consecuencias dinámicas de los postulados de la TER, cuestiona el carácter absoluto de la masa, y arriba a la expresión  $E = mc^2$ .

### Metodología

La secuencia completa se implementó en cuatro cursos de Física del Uruguay con N=52 estudiantes de último año de la escuela secundaria que tienen entre 17 y 19 años. Aquí analizamos la situación de adición de velocidades galileana que ingresó al aula como muestra la Figura 1.

Dada la situación que muestra la figura:

- ¿Alguno de los vehículos es multado por el radar? En esta zona de la ruta el límite de velocidad es de 90 km/h.
- ¿Qué velocidad tiene la Grúa según el Camión?
- ¿Qué velocidad tiene el Camión según la Grúa?
- ¿Cuánto es la velocidad del Automóvil según el conductor del Ómnibus?
- En determinado momento, desde el Automóvil y desde el Ómnibus, se lanzan bolas hacia adelante que aseguran sus pasajeros que tienen una velocidad de 10 km/h y 15 km/h respectivamente, ¿qué velocidad medirá el observador en la ruta para las bolas lanzadas desde el Automóvil y el Ómnibus?
- ¿Qué ocurriría si las bolas hubiesen sido lanzadas en sentido opuesto al movimiento del Automóvil y el Ómnibus?
- ¿Es posible proponer una ecuación general para que el observador en la ruta calcule la velocidad de las bolas lanzadas para cualquier velocidad de los vehículos y de las bolas lanzadas?

**Figura 1.** Situación 3 para la enseñanza y aprendizaje de la adición de velocidades.

En toda la secuencia los IO se identifican realizando las siguientes acciones. Primero, una vez entregada la situación a cada estudiante, se solicita una *anticipación* individual. Luego, reunidos en *grupos pequeños*, los estudiantes discuten la situación y a continuación, se realiza una puesta en común con el *grupo de clase*. Finalmente, se regresa a la instancia individual donde se solicita una respuesta *final*. La metodología es cualitativa interpretativa (Erickson, 1986; Moreira, 1999) y permite al investigador tener registros en cuatro momentos de

## VI CONGRESSO PAULISTA DE ENSINO DE CIÊNCIAS

Itapetininga, 19 de novembro de 2025

la clase, con diversos sistemas de representación: *escrito, oral, gestual y pictórico*. Para ello se transcribieron 12 horas de audio y se digitalizaron 156 protocolos escritos de los estudiantes.

### Resultados y discusión

La Tabla 1 resume los IO identificados a partir del análisis de la actividad en la situación, e indica los ítems que se identifican con mayor frecuencia.

Concepto relacionado	Invariante Operatorio (IO)	Ítem
Adición de velocidades	<i>En contra se suman y a favor se restan</i>	b,c,d
	<i>En contra se restan y a favor se suman</i>	a,e,f
	<i>Adición de velocidades galileana</i>	e,f
Sistemas de referencia inercial	<i>La velocidad no depende del sistema</i>	a
	<i>La Tierra es un sistema absoluto</i>	b,c,d
	<i>Si están a la misma distancia, comparten el sistema</i>	a,b,c
Vectores	<i>El signo no opera</i>	c

**Tabla 1.** Invariantes Operatorios identificados en cada ítem de la Situación 3.

Los resultados muestran que la situación produce la emergencia de IO referidos a: adición de velocidades, sistemas de referencia inercial, y vectores. En la anticipación la mayoría de los estudiantes afirman que ningún vehículo es multado, excepto el conductor de la motocicleta utilizando el IO *la velocidad no depende del sistema*. Este IO indica una concepción pre-galileana del movimiento, al asumir que las mediciones son válidas para todos los observadores, incluso si no pertenecen al mismo sistema. En la instancia en pequeños grupos la frecuencia de este IO disminuye hasta desaparecer al final.

Por otro lado, el IO *en contra se suman y a favor se restan* caracteriza a los estudiantes que adicionan los módulos de las velocidades cuando dos objetos viajan en sentidos contrarios, o los restan cuando van en igual sentido, decidiendo el signo a posteriori. Este IO emerge en los ítems b, c y d, y aumenta su frecuencia progresivamente. Por ejemplo, B6 explica: “*el camión va a 70, entonces es  $70 + 60$ , porque como van enfrentados, desde mi perspectiva, viene recontra rápido, a 130*”. Los estudiantes que utilizan este IO en los ítems b y c, también afirman que la grúa y el ómnibus van a la misma velocidad ya que, *si están a la misma distancia, comparten el sistema*, por eso tampoco es multada. Por ejemplo, D6 dice: “*la grúa siempre tiene la misma distancia que el ómnibus, por ende, tiene la misma velocidad de 60 km/h*”. Además, en el ítem c, la mayoría utiliza el IO *el signo no opera*, usando solo módulos positivos y asignando el signo al final, como mero indicador de sentido (ver Figura 2).

$$10 \text{ km/h} = 60 \text{ km/h} + 70 \text{ km/h}$$

**Figura 2.** Respuesta final de C1 al ítem c.

Si bien el IO *en contra se suman y a favor se restan*, es útil para responder a los ítems b, c y d, cuando los estudiantes intentan utilizarlo en los demás casos tienen dificultades para compatibilizar el resultado con su experiencia cotidiana. Allí tienden a “conservar” este IO, aunque lo modifican dando lugar a *en contra se restan y a favor se suman*. Un ejemplo es lo que escribe D6: “*el auto dice que la moto se acerca a 160 km/h, el auto va a 80 km/h, entonces, desde su punto de vista, sería como su velocidad sumada a la de la moto. Entonces, en este*

## VI CONGRESSO PAULISTA DE ENSINO DE CIÊNCIAS

Itapetininga, 19 de novembro de 2025

*caso, tendríamos que restar. 80 menos 160, daría 80 también, entonces la moto va a unos 80 km/h*". Este es un paso importante en la conceptualización, ya que, la operación que se debe realizar depende del sistema de referencia elegido, esto es la génesis de la relatividad. Además, el IO *en contra se restan y a favor se suman* es útil para explicar los ítems e y f aportando a la conceptualización de la adición de velocidades. Un ejemplo es lo que dice B3: *"cuando se lanza la bolita en el mismo sentido, se suma la velocidad de la pelotita respecto al ómnibus, y si va en sentido contrario se resta"*.

Otro aspecto es la tendencia a considerar que *la Tierra es un sistema absoluto*. Durante la anticipación, en los ítems b, c y d, la mitad afirman que las velocidades "reales" son las que indican los velocímetros. La frecuencia de este IO disminuye, aunque al final casi una quinta parte lo continúa utilizando.

Es destacable el papel en la conceptualización que tienen las interacciones entre los sujetos en los pequeños grupos y durante la puesta en común. En particular, las intervenciones de algunos estudiantes permiten que otros tomen conciencia de que la operación necesaria depende del sistema de referencia elegido. Esta idea clave para la conceptualización de la adición de velocidades galileana, no resulta evidente para la mayoría en la anticipación.

Es remarcable que la mayoría de los estudiantes, desde la instancia en pequeños grupos, logra arribar a resultados correctos en la mayoría de los ítems. Sin embargo, tienden a operar como si fueran distintos "casos de adición": (1) ítem b, c y d; (2) ítem a, e y f. Por otro lado, la mayoría no logra responder al ítem g. Esto no constituye un problema, ya que, explicitar los IO que responden a ambos "casos de adición" brinda el andamiaje para que, con la mediación adecuada, se alcance una síntesis que generaliza la adición de velocidades, hace explícitos los sistemas de referencia y establece un criterio de signos para los vectores. Los resultados muestran que luego de esta síntesis más de la mitad de los estudiantes utilizan la adición de velocidades galileana en los ítems e y f.

### Conclusiones

Los resultados sostienen la eficacia de la situación para producir la emergencia y el desarrollo de invariantes operatorios favorables a la conceptualización de la adición de velocidades galileana en un número elevado de sujetos que, en su mayoría, parten de una concepción pre-galileana del movimiento. Esta situación permite abordar el caso de las bolitas lanzadas hacia delante y hacia atrás, lo cual es necesario para las situaciones de simultaneidad y su pérdida que conforman nuestra "puerta de entrada" a la TER (Otero & Arlego, 2018). Se remarca la potencia explicativa de la Teoría de los Campos Conceptuales y de la noción de esquema para comprender y engendrar la actividad de los estudiantes en la situación. Concluimos que los estudiantes pueden aprender nociones relativistas en la escuela secundaria, pero es necesario enseñar previamente nociones fundamentales de relatividad galileana.



## VI CONGRESSO PAULISTA DE ENSINO DE CIÊNCIAS

Itapetininga, 19 de novembro de 2025

### Referencias

- ALSTEIN, P.; KRIJTENBURG-LEWERISSA, K.; VAN JOOLINGEN, W. R. Teaching and learning special relativity theory in secondary and lower undergraduate education: A literature review. **Physical Review Physics Education Research**, v. 17, n. 2, 2021.
- ARLEGO, M.; OTERO, M. Teaching basic special relativity in high school: the role of classical kinematics. **International Journal of Physics and Chemistry Education**, v. 9, n. 1, p. 9–12, 2017.
- ERICKSON, F. **Qualitative methods in research on teaching**. In: WITTROCK, M. C. (Ed.). Handbook of research on teaching. 3. ed. New York: Macmillan Publishing Co., 1986.
- GONZÁLEZ, R.; OTERO, M. R.; ARLEGO, M. Análisis del enfoque de la dinámica relativista en los libros de texto de secundaria y la universidad. **Revista de Enseñanza de la Física**, v. 34, p. 211–219, 2022.
- GONZÁLEZ, R.; OTERO, M. R.; ARLEGO, M. Sitios web educativos para enseñar la dinámica relativista en el nivel secundario y universitario. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias**, v. 19, n. 1, p. 1–12, 2024.
- GONZÁLEZ, R.; OTERO, M. R.; ARLEGO, M. Aprendizaje de la relatividad especial en la escuela secundaria uruguaya. In: SHIGUNOV NETO, A.; SILVA, A. C. da; FORTUNATO, I. (Orgs.). **Coletânea do Congresso Paulista de Ensino de Ciências: discutindo o ensino de ciências nos países ibero-americanos**. [S.l.]: Edições Hipótese, 2025. p. 56–73.
- MOREIRA, M. A. **Investigación en enseñanza: Aspectos metodológicos** (Texto de Apoyo n.º 1). Burgos: Universidad de Burgos; Porto Alegre: Instituto de Física, UFRGS, 1999.
- MUÑOZ, E. **Enseñanza de conceptos básicos de la Teoría Especial de la Relatividad en la escuela secundaria colombiana**. 2020. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências) — Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN), Tandil, 2020.
- OTERO, M. R.; ARLEGO, M.; PRODANOFF, F. Design, analysis and reformulation of a didactic sequence for teaching the Special Theory of Relativity in high school. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 37, n. 3, art. 3401, 2015.
- OTERO, M. R.; ARLEGO, M. **Secuencia para enseñar la Teoría Especial de la Relatividad en la Escuela Secundaria**. Tandil: Ed. UNICEN, 2016.
- OTERO, M. R.; ARLEGO, M.; PRODANOFF, F. Teaching the basic concepts of the Special Relativity in the secondary school in the framework of the Theory of Conceptual Fields of Vergnaud. **Il Nuovo Cimento C**, v. 38, 2016.
- OTERO, M. R.; ARLEGO, M. Relativity of the simultaneity in high school: an analysis based on the Theory of the Conceptual Fields. **Review of Science, Mathematics & ICT Education**, v. 12, n. 1, p. 61–83, 2018.
- PRODANOFF, F. **Enseñanza de las nociones básicas de la Teoría Especial de la Relatividad (TER) en la escuela secundaria**. 2015. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências) — Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNICEN), Tandil, 2015.

## **VI CONGRESSO PAULISTA DE ENSINO DE CIÊNCIAS**

Itapetininga, 19 de novembro de 2025

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 10, n. 23, p. 133–170, 1990.

VERGNAUD, G. Pourquoi la théorie des champs conceptuels ? **Infancia y Aprendizaje**, v. 36, n. 2, p. 131–161, 2013.

VILLANI, A.; ARRUDA, S. M. Special theory of relativity, conceptual change and history of science. **Science and Education**, v. 7, n. 1, p. 85–100, 1998.